

Physikpraktikum für Vorgerückte

Franck-Hertz

Christian Walther <cwalther@gmx.ch>

Februar 2003

Inhaltsverzeichnis

1	Zusammenfassung	2
2	Versuchsanordnung und Messung	2
3	Auswertung	6
3.1	Skalen	6
3.2	Ungereimtheiten	6
3.3	Maxima	7
3.4	Resultate	8
4	Weitere Überlegungen	10
4.1	Form der Messkurven	10
4.2	Konstruktion einer Franck-Hertz-Röhre	10
5	Literatur	11

1 Zusammenfassung

Beim Franck-Hertz-Experiment werden Elektronen in einem mit Gas (hier Quecksilber) erfüllten Raum beschleunigt. Der Strom durch die Anordnung ist davon abhängig, wie häufig die Elektronen durch Stöße mit den Gasatomen Energie verlieren. Beobachtet wird eine periodische Abhängigkeit des Stromes von der Beschleunigungsspannung, was durch folgende Interpretation erklärt wird: Die Gasatome können Energie nur in ganz bestimmten Quanten aufnehmen, ein Elektron kann also nur dann stossen, wenn seine Energie grösser als dieses Quantum ist, und gibt dann genau dieses Quantum ab. Der Strom wird also immer dann minimal, wenn die gesamte an den Elektronen verrichtete Beschleunigungsarbeit ein Vielfaches des Quantums ist, so dass ein Elektron nach mehreren Stößen am Ende der Beschleunigungsstrecke keine Energie mehr übrig hat. Tatsächlich lässt sich auch spektroskopisch ein entsprechender Energieübergang im Quecksilberatom finden. Das Franck-Hertz-Experiment gibt damit eine klare Bestätigung des quantenmechanischen Atommodells.

Genauere Analyse ergibt allerdings, dass mehrere verschiedene Energieübergänge des Quecksilberatoms beteiligt sind, für die die Stosswirkungsquerschnitte verschieden und stark abhängig von der Elektronenenergie sind. Die exakte Periode des Stromsignals wird damit unter anderem abhängig vom Gasdruck.

2 Versuchsanordnung und Messung

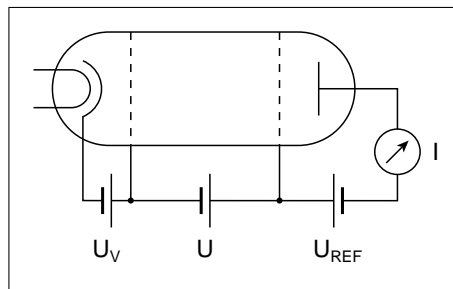


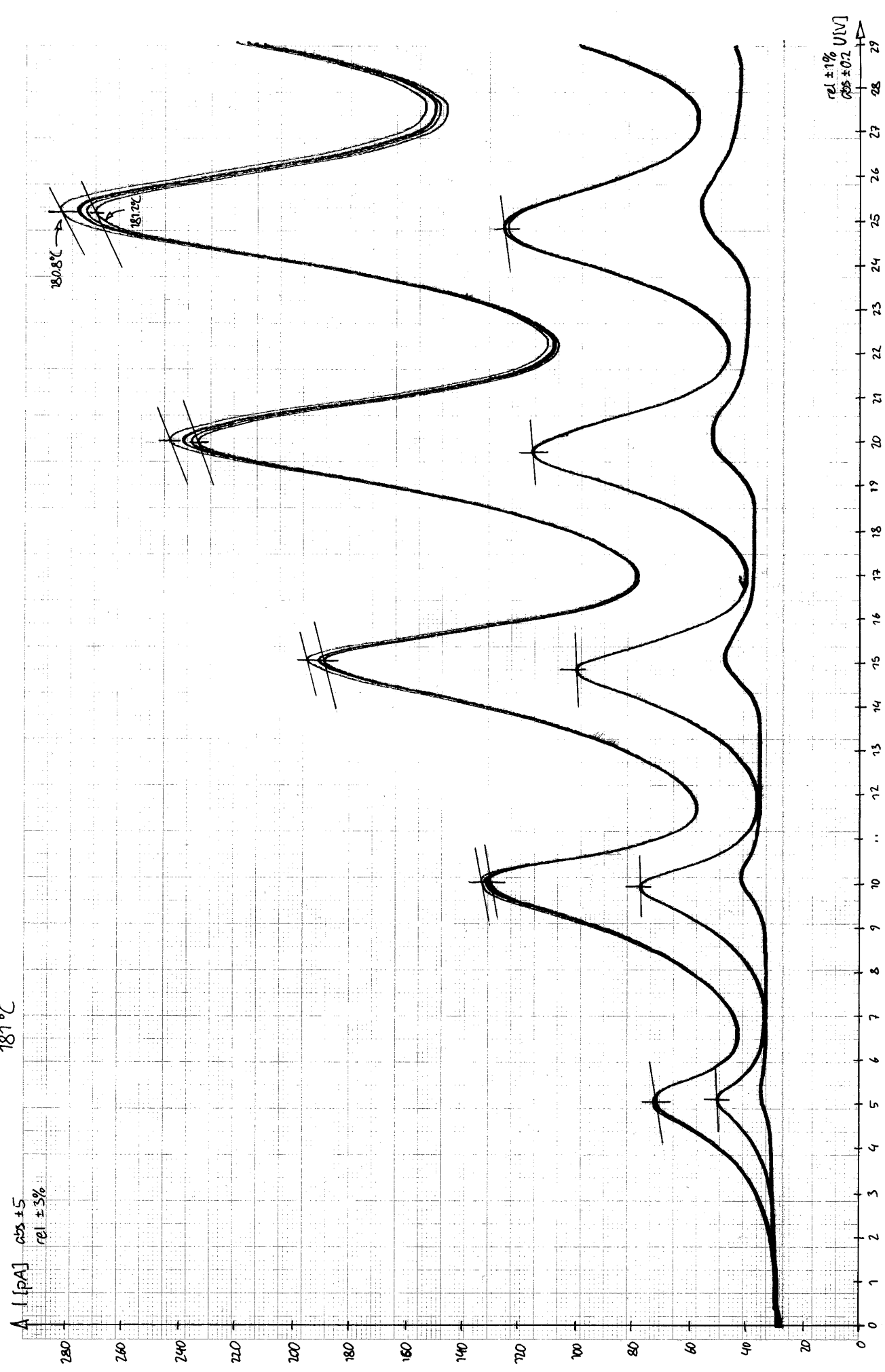
Abbildung 1: Versuchsanordnung

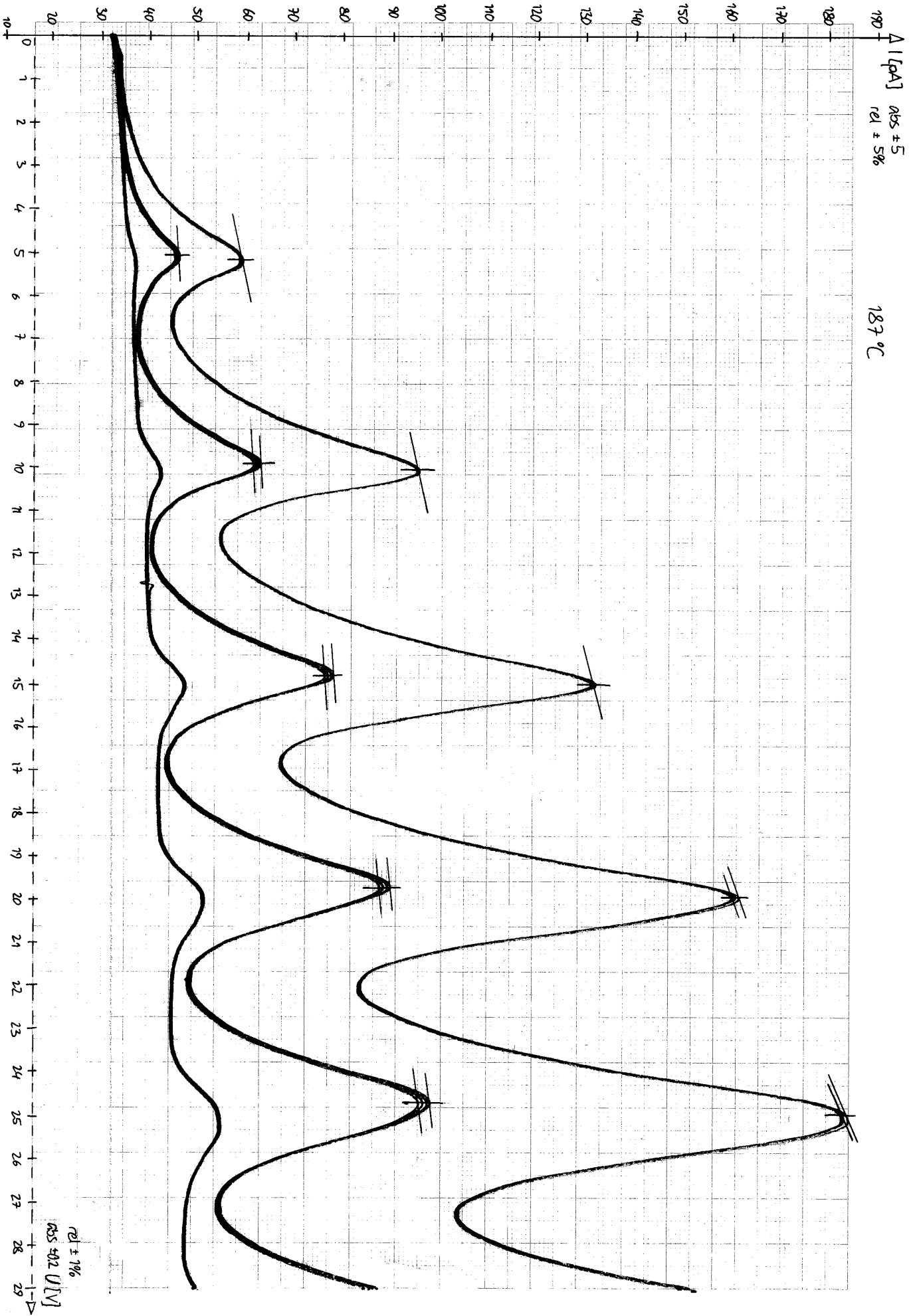
Das Zentrum der Versuchsanordnung ist eine mit Quecksilberdampf gefüllte Röhre in der in Abbildung 1 gezeigten Beschaltung. Der Dampfdruck in der Röhre kann über die Temperatur gesteuert werden, wozu die Röhre in einen über einen Regeltrafo zu steuernden elektrischen Ofen eingebaut ist. Der Anodenstrom I ist sehr klein und wird in einem aus mehreren Operationsverstärkern bestehenden Nanoamperemeter verstärkt und dann auf einer Analoganzeige angezeigt und an den Y-Eingang eines Schreibers gelegt. Die Beschleunigungsspannung U wird durch einen Sägezahn-generator geliefert, ebenfalls auf einer Analoganzeige angezeigt und an den X-Eingang des Schreibers gelegt. Details der Versuchsanordnung und die Überlegungen dahinter sind in der Versuchsanleitung beschrieben.

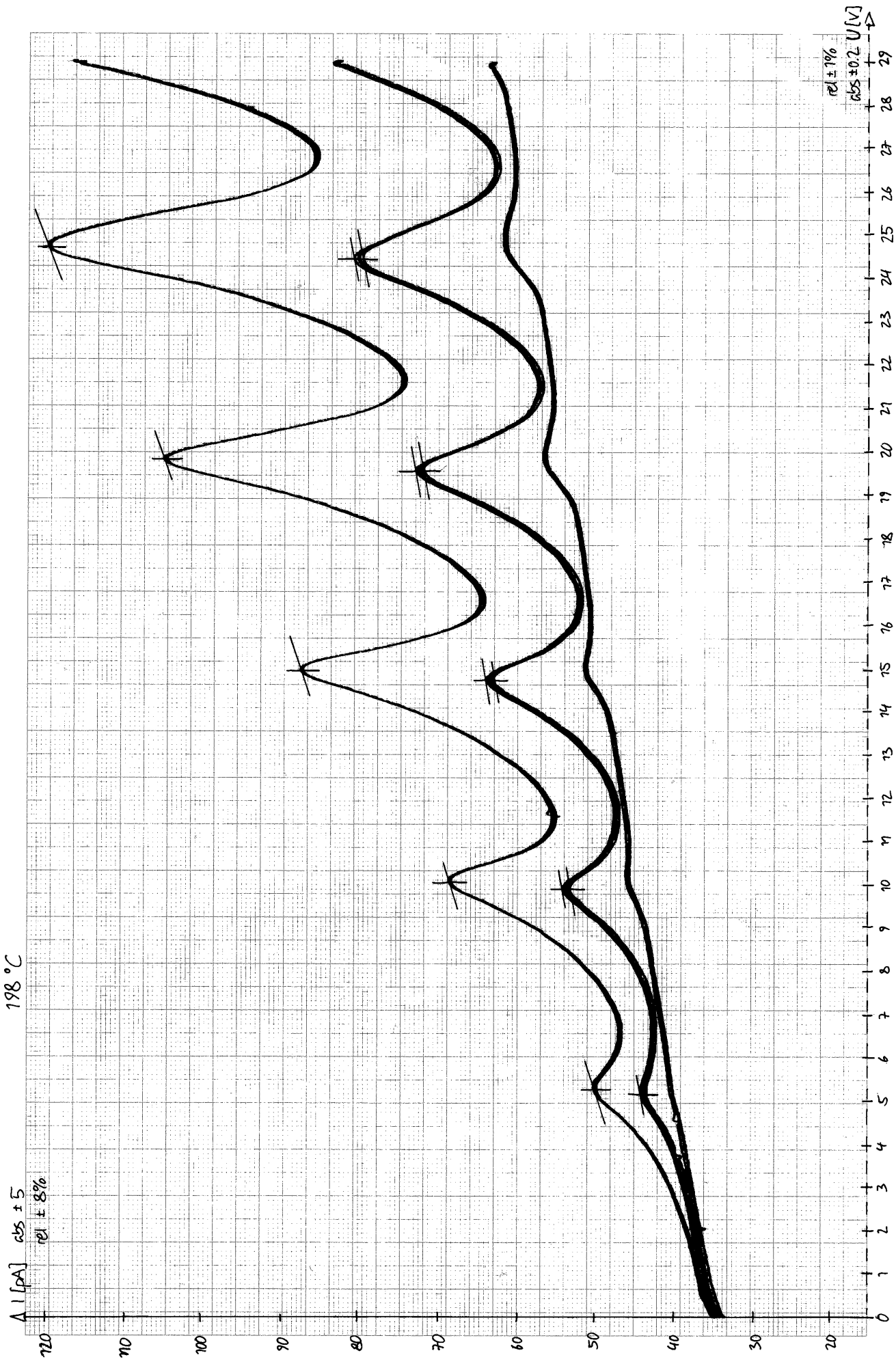
Auf den folgenden Seiten sind die mit dem Schreiber auf Millimeterpapier aufgezeichneten Messkurven für die Temperaturen 181 °C, 187 °C, 198 °C zu sehen. Die

181 °C

A [pA] 0.5 ± 5
 $rel. \pm 3\%$







Temperaturen wurden auf $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ genau gemessen und schwankten während der Messungen um ca. $0.3\text{ }^{\circ}\text{C}$. Die oberen Kurven (je 5 mal aufgezeichnet) entsprechen der Bremsspannung $U_{REF} = 0$, die mittleren (4 mal) $U_{REF} = 2\text{ V}$, die unteren (3 mal) $U_{REF} = 4\text{ V}$. Es ist deutlich zu sehen, wie bei 4 V Bremsspannung die periodischen Schwankungen abgeschnitten werden, da von den Elektronen, die gestossen haben, fast keine mehr gegen die Bremsspannung anlaufen können.

3 Auswertung

3.1 Skalen

Zunächst müssen auf die Messgraphen die Skalen aufgetragen werden. Für die Stromskala wurde während jeder Messung an markanten Punkten, nämlich am Anfang ($U = 0$), beim letzten Strommaximum und am Ende ($U = 29\text{ V}$), der Strom auf der Analoganzeige abgelesen und tabelliert. Mit den auf dem Millimeterpapier ausgemessenen Werten derselben Punkte wurde eine lineare Regression durchgeführt, woraus die auf den Messgraphen eingezeichneten Skalen resultieren. Auf dem Amperemeter kann auf ca. 5 pA genau abgelesen werden, der absolute Fehler (Verschiebung der Skala) beträgt also $\pm 5\text{ pA}$. Der relative Fehler für Stromdifferenzen (Skalierung der Skala) berechnet sich aus der Annahme, dass sowohl das untere Ende der Skala bei 28 pA als auch das obere bei 282 pA je um 5 pA schwanken können zu $\sqrt{5^2 + 5^2} / (282 - 28) = 2.8\%$ für die Messungen bei $181\text{ }^{\circ}\text{C}$ und analog zu $\sqrt{5^2 + 5^2} / (183 - 32) = 4.7\%$ für $187\text{ }^{\circ}\text{C}$ und $\sqrt{5^2 + 5^2} / (120 - 34) = 8.2\%$ für $198\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Dasselbe Verfahren wird für die Spannungsskala verwendet: hier geht die lineare Regression nur durch 2 Punkte, nämlich den Anfang bei 0 V und das Ende bei 29 V , und auf dem Voltmeter kann auf ca. 0.2 V genau abgelesen werden. Dies ist der absolute Fehler, für den relativen Fehler ergibt sich wie oben $\sqrt{0.2^2 + 0.2^2} / 29 = 1\%$.

3.2 Ungereimtheiten

In den Messkurven finden sich einige Ungereimtheiten, die nach einer genaueren Erklärung verlangen:

- Die 5 Kurven der Messung bei $181\text{ }^{\circ}\text{C}$ und $U_{REF} = 0$ weichen stark voneinander ab. Eine genauere Untersuchung ergibt, dass sich diese Abweichung durch die Temperaturschwankungen erklären lässt: Die 5 Kurven wurden bei Temperaturen $180.8, 181.0, 181.0, 181.1, 181.2\text{ }^{\circ}\text{C}$ gemessen (je $\pm 0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$). In Abbildung 2 sind die Stromstärken beim letzten Maximum (wo die Diskrepanz besonders ausgeprägt ist) und als Vergleich die Stromstärken beim letzten Maximum bei 187 und $198\text{ }^{\circ}\text{C}$ und $U_{REF} = 0$ gegen die Temperatur aufgetragen. Wenn man sich eine glatte Kurve durch die beiden Vergleichspunkte und den Durchschnitt der fraglichen 5 Punkte vorstellt, erkennt man, dass die 5 Punkte ungefähr auf dieser Kurve liegen.
- Die Messkurven beginnen nicht im Nullpunkt: Das Amperemeter zeigt auch bei Beschleunigungsspannung 0 eine von 0 verschiedene Stromstärke an. Wenn allerdings die Vorbeschleunigung $U_V = 1.5\text{ V}$ schon ausreichen würde, um einen

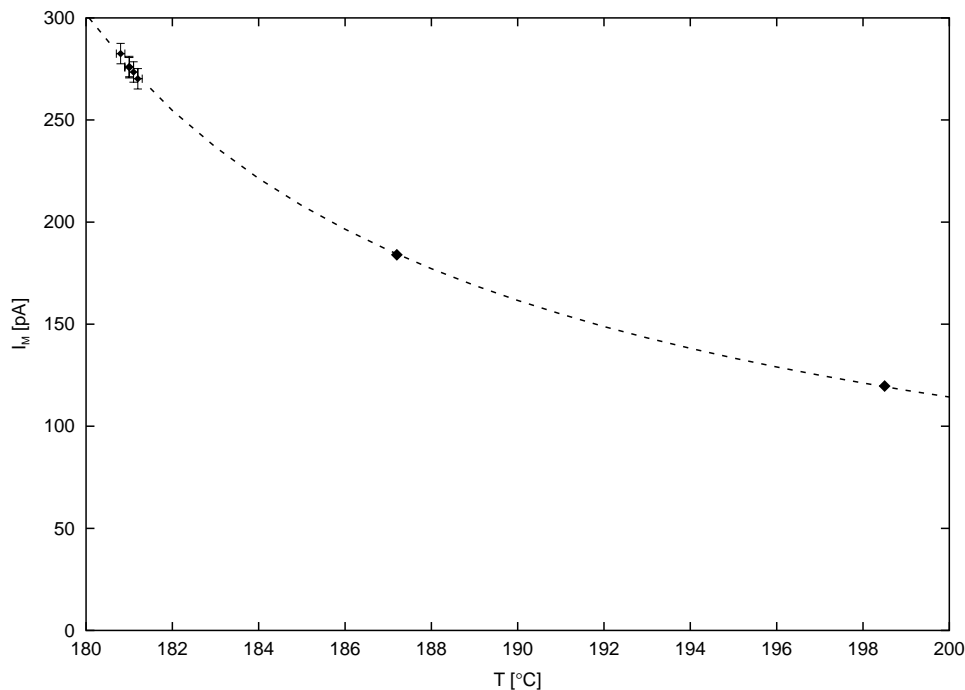


Abbildung 2: Temperaturabhängigkeit der Stromstärke beim letzten Maximum und Bremsspannung 0

messbaren Strom zu erzeugen, so müsste dieser ebenso stark von der Bremsspannung abhängen. Da dies nicht zu beobachten ist, bleibt nur die Möglichkeit übrig, dass das Nanoamperemeter nicht korrekt auf 0 eingestellt ist – was bei einem derart empfindlichen Instrument auch nicht verwundert. Da aber für unser Experiment die absolute Stromstärke irrelevant ist, hat dieser Fehler keine weiteren Auswirkungen.

- Bei den Messungen bei 198 °C ist zu beobachten, dass sich der Startpunkt der Messungen immer weiter nach unten verschiebt. Auch eine Wiederholung der Messung zeigte denselben Effekt. Vermutlich rührt dies daher, dass bei diesen Messungen sowohl das Nanoamperemeter als auch der Schreiber bei ihrer höchsten Empfindlichkeit arbeiten und damit irgendwelche Drifts in der Elektronik, z.B. durch Temperaturschwankungen der Bauteile, sichtbar werden. Auch dies ist jedoch für unsere Messungen irrelevant.

3.3 Maxima

Um die Maxima der periodischen Stromschwankung zu finden, muss berücksichtigt werden, dass die periodische Schwankung einem nichtlinear ansteigenden Untergrund überlagert ist. Dessen Steigung bewirkt, dass das gemessene Maximum des Stromes nicht übereinstimmt mit dem Maximum der Schwankung, an dem wir interessiert sind. Ein einfaches graphisches Verfahren, diese Abweichung zu korrigieren, ist in Ab-

Abbildung 3 zeigt: man legt an die Kurve in der Nähe des Maximums eine Tangente parallel zur gemeinsamen Tangente der beiden benachbarten Minima (welche auch eine Sekante ist) und nimmt deren Berührungspunkt als korrigierten Maximumpunkt. Um das wirkliche Schwankungsmaximum zu finden, müsste die Maximumstangen-

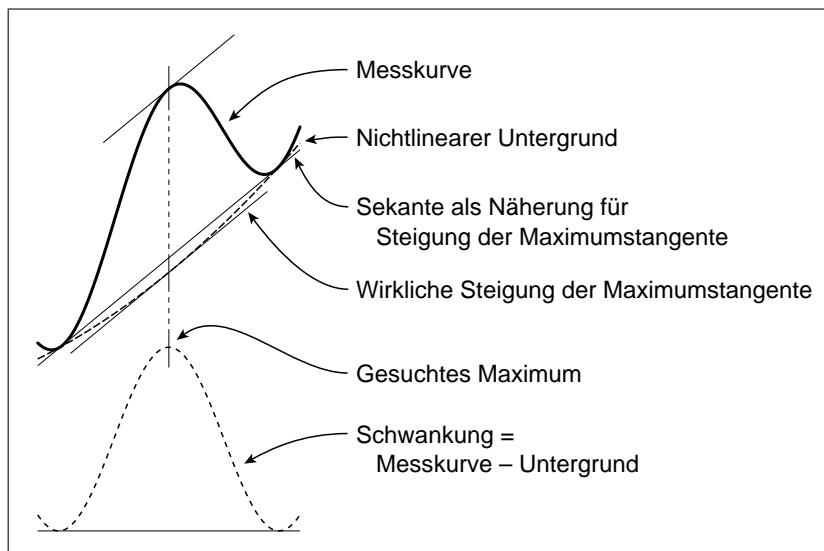


Abbildung 3: Graphisches Korrekturverfahren

te dieselbe Steigung wie der Untergrund an dieser Stelle haben. Die Benützung der Steigung der Sekante stellt eine gute Näherung dar, wenn man annimmt, dass der Untergrund stetig und monoton nach oben gekrümmt ist, da dann der Zwischenwertsatz garantiert, dass diese Steigung irgendwo im Intervall zwischen den Minima angenommen wird. Wenn man ausserdem annimmt, dass der Untergrund durch ein Polynom zweiter Ordnung angenähert werden kann, wird dieser Punkt genau in der Mitte des Intervalls, und damit in der Nähe des Maximums, liegen.

3.4 Resultate

Die Abstände zwischen den nach obiger Methode bestimmten Maxima (angegeben als Elektronenenergie E in eV, was der Spannungsdifferenz in V entspricht) sind in Tabelle 1 angegeben. Für die Fehlerrechnung muss einerseits der relative Fehler der Spannungsskala von 1% und andererseits die Ablesegenauigkeit auf dem Millimeterpapier von ca. 0.5 mm bei beiden Endpunkten berücksichtigt werden. Als Gesamtfehler ergibt sich damit

$$\Delta E = \sqrt{(1\% \cdot E)^2 + \left(m \cdot \sqrt{(0.5 \text{ mm})^2 + (0.5 \text{ mm})^2}\right)^2},$$

wobei m der Skalenfaktor zur Umrechnung von Länge auf dem Graph zu Spannung ist. Nach Rundung auf eine wesentliche Stelle ist für alle Messpunkte $\Delta E = 0.09$ eV.

Übersichtlicher ist die graphische Darstellung: Abbildung 4. Hier sind auch die Energien der Übergänge vom Grundzustand in die ersten drei angeregten Zustände des

T [°C]	U _{REF} [V]	E [eV] (je ±0.09)			
		1-2	2-3	3-4	4-5
181	0	4.96	5.02	4.96	5.17
	2	4.81	4.91	4.91	5.07
187	0	4.87	4.97	4.92	5.03
	2	4.82	4.92	4.92	4.97
198	0	4.78	4.89	4.89	4.89
	2	4.73	4.83	4.83	4.89

Tabelle 1: Messresultate

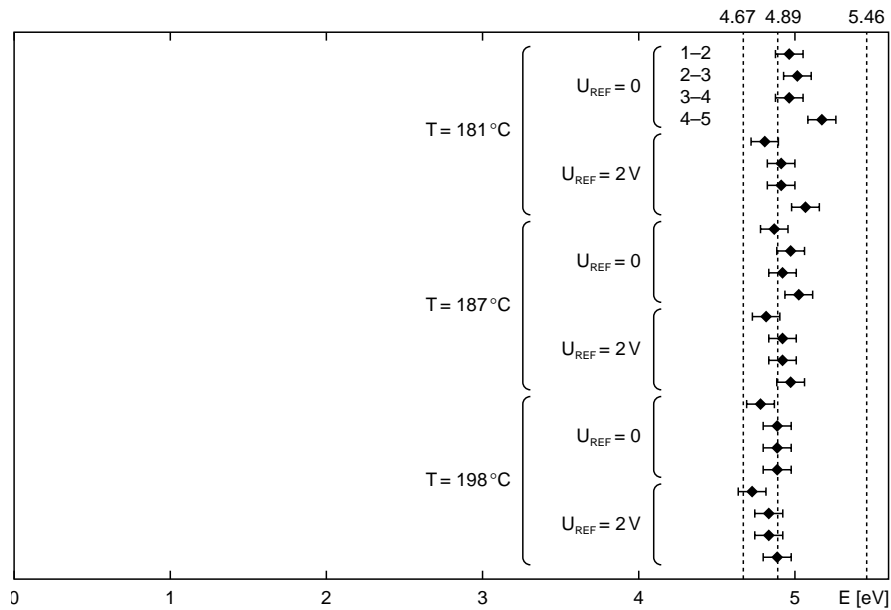


Abbildung 4: Messresultate im Vergleich mit Energieübergängen des Quecksilberatoms

Quecksilberatoms eingezeichnet: $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_0$ bei 4.67 eV, $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_1$ bei 4.89 eV, $6^1S_0 \rightarrow 6^3P_2$ bei 5.46 eV [Hanne].

Man erkennt, dass hauptsächlich der Übergang bei 4.89 eV beiträgt, ebenso ist in Übereinstimmung mit [Hanne] zu erkennen, dass bei steigender Temperatur der Übergang bei 4.67 eV stärker ins Gewicht fällt, bei sinkender Temperatur derjenige bei 5.46 eV. Dies ist plausibel, da bei tieferer Temperatur der Gasdruck geringer und damit die mittlere freie Weglänge grösser ist, so dass mehr Elektronen auf die nötige Energie beschleunigt werden können, um den höheren Übergang anzuregen.

4 Weitere Überlegungen

4.1 Form der Messkurven

Weshalb erscheint das erste Minimum nicht bei $U = 4.9$ V?

Es könnte angenommen werden, dass das erste Stromminimum dann auftreten sollte, wenn die Beschleunigungsspannung genau einmal dem angeregten Energieübergang entspricht. Aus den Messkurven ist ersichtlich, dass dem nicht so ist. Die Erklärung dafür ist, dass erstens die Vorbeschleunigungsspannung $U_V = 1.5$ V mitberücksichtigt werden muss, und zweitens die Elektronen beim Austritt aus der Kathode schon eine gewisse Energie mitbringen. Die Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen wird nach einer Maxwellschen oder ähnlichen Statistik verteilt sein und von der Glühtemperatur der Kathode abhängen.

Weshalb geht der Strom nie auf Null zurück?

Die inelastischen Stöße zwischen den Elektronen und den Atomen sind ein statistischer Prozess, die Wahrscheinlichkeit eines Stosses hängt vom Wirkungsquerschnitt und von der Teilchendichte ab. Die Wirkungsquerschnitte sind überdies in komplizierter Art von der Elektronenenergie abhängig (siehe [Hanne]). Es besteht also immer eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron keinen Stoss ausführt, obwohl es genügend Energie dafür hätte, daher die Bremspannung überwinden kann und auf der Anode landet. Mit höherer Beschleunigungsspannung nimmt die Zahl der «verpassbaren» Stossereignisse zu und damit die Zahl der Elektronen, die die Anode erreichen. Ausserdem finden noch andere bisher nicht berücksichtigte Prozesse wie elastische Stöße und Wechselwirkungen zwischen Elektronen statt.

4.2 Konstruktion einer Franck-Hertz-Röhre

Die geometrische Anordnung in einer Franck-Hertz-Röhre sollte so gewählt werden, dass ein Elektron mehrere Stöße ausführen kann, um mehrere Perioden der Stromschwankung beobachten zu können, und dass der Anodenstrom möglichst gross ist. Für mehrere Stöße muss die Beschleunigungsstrecke ein mehrfaches der mittleren freien Weglänge betragen. Zu deren Berechnung benötigt man den Stosswirkungsquerschnitt, der nach [L-B] für Elektronen mit Energie um 5 eV stark energieabhängig ist und zwischen 100 und 160 cm² pro cm³ Gas bei 1 Torr liegt. Für die bei 190 °C erreichten 12.4 Torr [Versuchsanleitung] ist der gesamte Wirkungsquerschnitt 12.4 mal grösser und die mittlere freie Weglänge also in der Grössenordnung von

$$\lambda = \frac{1 \text{ cm}^3}{12.4 \cdot 130 \text{ cm}^2} = 6 \mu\text{m}.$$

Eine Beschleunigungsstrecke in der Grössenordnung von einem Millimeter, wie sie in einer Röhre gut realisiert werden kann, reicht also bei weitem aus, auch wenn man annimmt, dass nur ein kleiner Teil aller Elektronen inelastisch stösst. Elastische Stöße der Elektronen mit den Atomen werden die Energie der Elektronen kaum beeinflussen, da die Atome viel schwerer sind und daher die Elektronen in erster Näherung einfach eine Impulsumkehr erfahren.

Um den Anodenstrom möglichst gross zu halten, soll die Fläche der Elektroden möglichst gross sein. Am besten lässt sich dies wahrscheinlich erreichen, indem die

Elektroden zylinderförmig um den ausgestreckten Heizfaden herum angeordnet werden. Die obere Grenze der Grösse ist dadurch gegeben, dass die Elektroden in der Röhre an ihrem Platz festgehalten werden müssen und sich nicht unter ihrem Gewicht so weit verschieben dürfen, dass sie sich berühren.

5 Literatur

Versuchsanleitung

[Hanne] G. F. Hanne: What really happens in the Franck-Hertz experiment with mercury?, *Am. J. Phys.* **56** (8), 696-700 (1988)

[L-B] Landolt-Börnstein Eg III b, S. 1281